

第四节 综合传热

将几种传热方式同时作用的过程称为**综合传热**，它是一个较为复杂的过程。生产实践中有窑炉内气体通过窑墙向外界散热等都属于综合传热。

(1) 窑炉空间的热气体通过**辐射**、**对流**方式将热量传递给窑墙内表面；

$$\Phi = \alpha_c(t_w - t_f)F + \varepsilon_s C_0 [(T_w/100)^4 - (T_f/100)^4]F$$

$$\text{令辐射换热系数 } \alpha_r = \varepsilon_s C_0 [(T_w/100)^4 - (T_f/100)^4] / (t_w - t_f)$$

换算成对流换热方程式：

$$\Phi = \alpha_c(t_w - t_f)F + \alpha_r(t_w - t_f)F = \alpha_t(t_w - t_f)F$$

总换热系数 α_t （总换热系数）= α_c （对流换热系数）+ α_r （辐射换热系数）

(2) 再由传导传热的方式将热量传递到外表面；

(3) 热量以对流和辐射方式传向周围空间。

通过多层壁的综合传热如图2.31:

(1) 热流量以对流、辐射方式传到墙壁内表面

$$\Phi_1 = \alpha_{t1}(t_g - t_1)F$$

(2) 通过各层壁的热流量分别为:

$$\Phi_2 = \lambda_1/\delta_1 (t_1 - t_2)F$$

$$\Phi_3 = \lambda_2/\delta_2 (t_2 - t_3)F$$

$$\Phi_4 = \lambda_3/\delta_3 (t_3 - t_4)F$$

(3) 由外表面向周围空间的散热量为:

$$\Phi_5 = \alpha_{t2}(t_4 - t_a)F$$

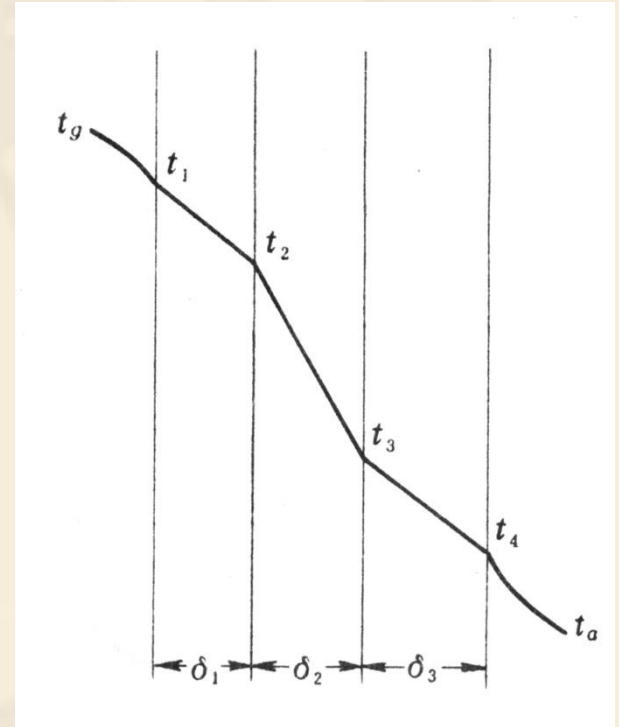


图2.31 通过多层平壁的综合传热

因为是**稳定传热**（即：温度场不随时间改变），故通过各层的**热流量均相等**：

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 = \Phi$$

上式相加得到：

$$t_g - t_a = \Phi / F \cdot (1/\alpha t_1 + \delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3 + 1/\alpha t_2)$$

令传热系数K

$$K = [1/\alpha t_1 + \delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3 + 1/\alpha t_2]^{-1} ;$$

$$\Phi = K(t_g - t_a)F$$

对于单层圆筒壁，综合传热计算公式：

$$\Phi = (t_g - t_a) / [(2\pi l \alpha_{t_1} r_1)^{-1} + (2\pi l \lambda)^{-1} \ln(r_2/r_1) + (2\pi l \alpha_{t_2} r_2)^{-1}]$$

例12 已知气体温度 $t_g=1400^\circ\text{C}$,空气温度 $t_a=25^\circ\text{C}$; 由热气体到内壁的总换热系数 $\alpha_{t1}=82\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$, 外表面到空气的总换热系数 $\alpha_{t2}=23\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$; 窑墙由粘土耐火砖构成, 厚度 $\delta=0.345\text{m}$ 。求通过每平方米窑墙向周围空间所散失的热量。

解: 由于导热系数与温度有关, 先假定内表面温度 $t_1=1350^\circ\text{C}$, 外表面温度 $t_2=200^\circ\text{C}$, 其平均温度 $t_m=(1350+200)/2=775^\circ\text{C}$,

在此温度下材料的导热系数为: $\lambda=0.698+0.64\times 10^{-3}t=1.194$ (见附录4)

$$\begin{aligned} \text{综合传热系数为: } K &= [1/\alpha_{t1} + \delta_1/\lambda_1 + 1/\alpha_{t2}]^{-1} \\ &= 1/[1/82 + 0.345/1.194 + 1/23] = 2.90 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}) \end{aligned}$$

通过 1m^2 窑墙散失于空气中的热流密度为:

$$q=k(t_g-t_a)=2.90\times(1400-25)=3987.5\text{W}/\text{m}^2$$

在这样的热流下, 墙壁内外表面温度为:

$$t_1 = t_g - q/\alpha_{t1} = 1400 - 3987.5/82 = 1351^\circ\text{C}$$

$$t_2 = t_a + q/\alpha_{t2} = 25 + 3987.5/23 = 198^\circ\text{C}$$

与假定温度十分接近, 故不再进行计算。

试错法

例 13 如图，用裸露热电偶测得炉膛内烟气温度 $t_1=792^\circ\text{C}$ ，炉壁面温度 $t_w=600^\circ\text{C}$ ，烟气对热电偶表面的对流换热系数 $\alpha=58.2\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ ，热电偶表面黑度 $\varepsilon_1=0.3$ ，试求烟气的真实温度和测温误差。

解：烟气通过对流换热方式传给热电偶的热流密度为

$$q_c = \alpha(t_f - t_1)$$

热电偶以辐射方式把热量传给炉壁，其辐射换热量为

$$q_r = \varepsilon_1 C_0 [(T_1/100)^4 - (T_w/100)^4]$$

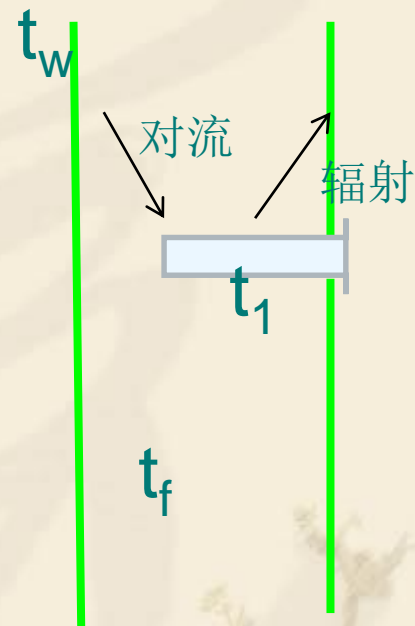
由 $q_c = q_r$ ，得： $\alpha(t_f - t_1) = \varepsilon_1 C_0 [(T_1/100)^4 - (T_w/100)^4]$

得到烟气的真实温度：

$$\begin{aligned} t_f &= t_1 + \varepsilon_1 C_0 [(T_1/100)^4 - (T_w/100)^4] / \alpha \\ &= 792 + 0.3 \times 5.67 \times [(1065/100)^4 - (873/100)^4] \div 58.2 \\ &= 998^\circ\text{C} \end{aligned}$$

测温绝对误差为 206°C ，相对误差 26% 。

需采用措施：(1) 提高气流速度，以增加对流换热系数；(2) 降低热电偶的黑度 ε_1 。



仍在本题中，将热电偶加上遮热罩，对流换热系数增大， $\alpha=116\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ ，当烟气真实温度仍为 998°C ，求此时热电偶的指示温度为多少？

遮热罩以辐射方式传给壁面的热流密度 q_2 ：

$$q_2 = \varepsilon C_0 [(T_2/100)^4 - (T_w/100)^4]$$

烟气以对流方式传给遮热罩内外两个表面的热流密度 q_1 为：

$$q_1 = 2\alpha (t_f - t_2)$$

热平衡时， $q_2 = q_1$

$$2 \times 116 \times (998 - t_2) = 0.3 \times 5.67 \times [(T_2/100)^4 - (873/100)^4]$$

得到 $t_2 = 901^\circ\text{C}$ ；

烟气对热电偶的对流换热热流密度 $q_3 = \alpha(t_f - t_1)$

热电偶对遮热罩的辐射换热热流密度

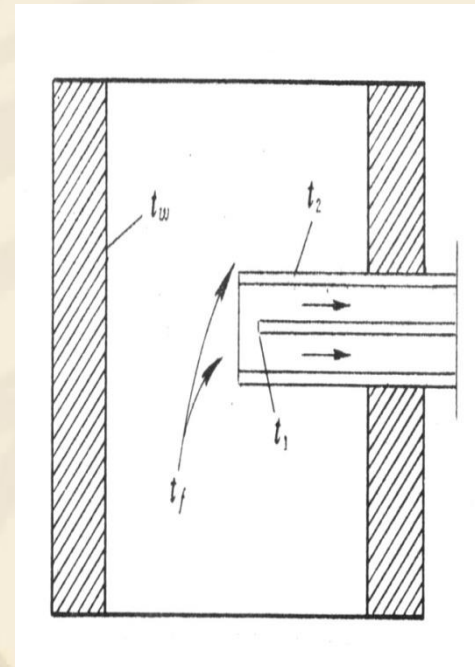
$$q_4 = \varepsilon C_0 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]$$

热平衡时， $q_3 = q_4$

$$\alpha (t_f - t_1) = \varepsilon C_0 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]$$

解得，热电偶的指示温度为 $t_1 = 950^\circ\text{C}$ ；此时测量相对误差5.05%，

与裸露热电偶相比较，测量精度大为提高。



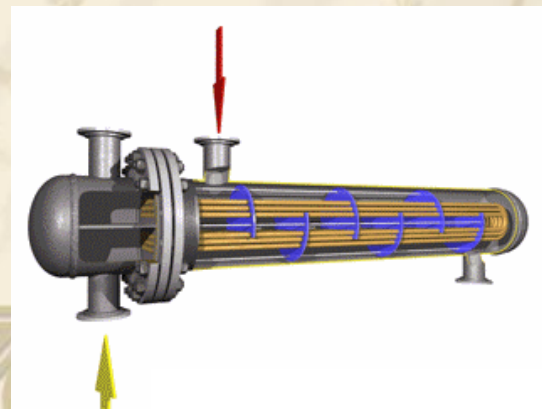
第五节 换热器

换热器是实现温度不同的两种流体相互换热的设备，流体通过金属或陶瓷器壁将热量传递给冷流体，其传热过程属于通过器壁的**稳定综合传热**。

换热器类型

- **针片管换热器**：由**铸造管子**连接起来的，管子一面或两面带针以增加其热交换面积，传热效率高，但由于法兰盘接头多，气密性不好；
- **管状换热器**：采用**无缝钢管**作为换热元件，其构造简单，使用广泛，且气密性好；
- **辐射换热器**：特点是烟气通过大截面的通道，具有足够的气体层厚度，可充分发挥热交换效果；
- **喷流换热器**：以气体冲击表面为原理，强化流体与表面的热交换；
- **陶瓷换热器**：承受较高温度（ $>1000^{\circ}\text{C}$ ），使得烟气余热充分利用，但接缝多气密性差，可在长管表面施釉密封。

换热器按照其内部**冷热流体流动方向**的不同，可分为**顺流式**、**逆流式**和**错流式**。



二、换热器的传热计算

按照综合传热理论，换热器冷热流体之间交换的热量可根据公式进行：

$$\Phi = K \Delta t_m F \quad W$$

1. 换热器对数平均温度差计算

推导在顺流情况下的平均温度差 Δt_m ，

如图2.33。

从换热器 F_x 处取微元面积 dF ，传热量为：

$$d\Phi = K(t_h - t_c)_x dF$$

积分得全部面积换热量：

$$\Phi = K \int_0^F (t_h - t_c)_x dF = K \Delta t_m F$$

$$\Delta t_m = 1/F \cdot \int_0^F (t_h - t_c)_x dF$$

$$= 1/F \cdot \int_0^F \Delta t_x dF$$

如果已知 Δt_x 的变化规律就可求出 Δt_m

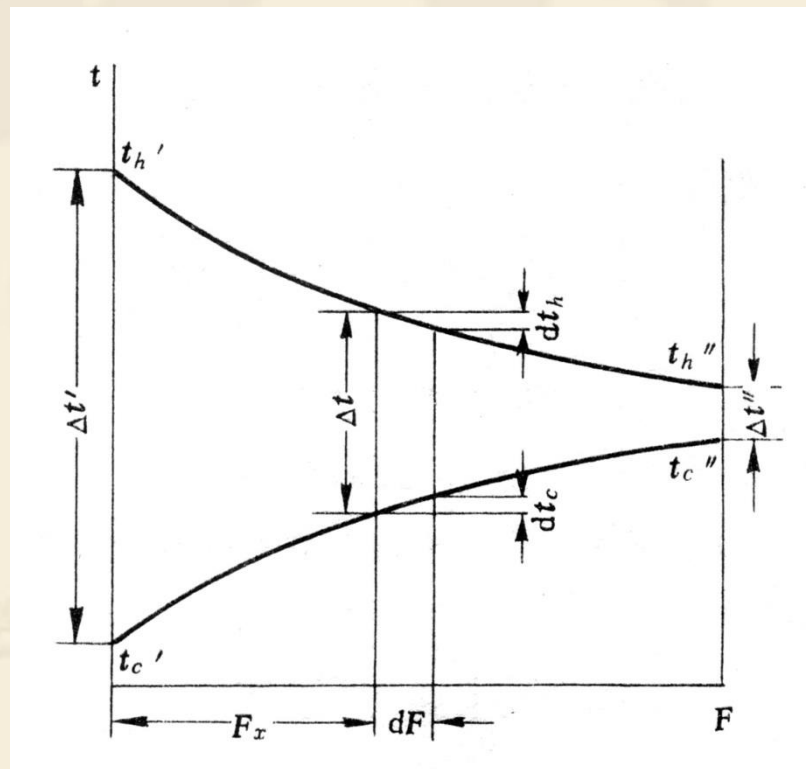


图2.33 顺流时平均温度差的推导

对于微元面积 dF ，热流体放出热量 $d\Phi$ ，温度下降 dt_h ，

$$d\Phi = -q_{mh}C_h dt_h;$$

而冷流体接受热量后温度上升 dt_c ，

$$d\Phi = q_{mc}C_c dt_c$$

当不考虑热损失时则有：

$$\begin{aligned} dt_h - dt_c &= -d\Phi[(q_{mh}C_h)^{-1} + (q_{mc}C_c)^{-1}] = -\mu d\Phi \\ &= -\mu K(t_h - t_c)_x dF \end{aligned}$$

所以 $dt_h - dt_c / (t_h - t_c)_x = -K\mu dF$

$$dt_h - dt_c = d(t_h - t_c)_x = d\Delta t_x$$

得到： $dt_h - dt_c / (t_h - t_c)_x = d\Delta t_x / \Delta t_x = -K\mu dF$ ； $\Delta t_m = 1/F \cdot \int_0^F \Delta t_x dF$

0到 F_x 积分 $\Delta t_x = \Delta t' \exp(-K\mu F_x)$

最后得到：

$$\Delta t = [(t'_h - t'_c) - (t''_h - t''_c)] / \ln\left(\frac{t'_h - t'_c}{t''_h - t''_c}\right)$$

逆流、错流式换热器工作原理与顺流式的区别与联系

- 采用同样方法也可推出**逆流式**的对数平均温度差 Δt_m 的公式，与上式顺流式的 Δt_m 公式形式一样，只是各项所代表的意义不同。
- 对于**错流式**，可先按照逆流式计算，再乘以温度校正系数 $\epsilon_{\Delta t}$

$$\Delta t_m = \epsilon_{\Delta t} \cdot (\Delta t' - \Delta t'') / \ln(\Delta t' / \Delta t'')$$

2. 传热系数K的计算

传热系数K可按照综合传热理论进行计算

$$K = 1 / (1 / \alpha_h + \delta / \lambda + 1 / \alpha_c) \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

式中 α_h 、 α_c 分别为冷热流体对流、辐射换热系数的总和。当采用金属换热器时， δ/λ 一项可忽略不计，此时 $K = (\alpha_h \cdot \alpha_c) / (\alpha_h + \alpha_c)$

3、换热器壁温的验算

根据稳定传热原理，高温流体传给器壁的热量**等于**器壁传给低温流体的热量

$$q = \alpha_h(t_h - t_w) = \alpha_c(t_w - t_c),$$

经整理可得：

$$(t_w - t_c) / (t_h - t_c) = 1 / (1 + \alpha_c / \alpha_h)$$

α_c / α_h 对 t_w 的影响，其比值增大，壁温显著下降。喷流换热器较其它型式换热器壁面温度低就是这原因。

因此当流体温度较高时，高温流体与低温流体的流速应该有一定的比值。

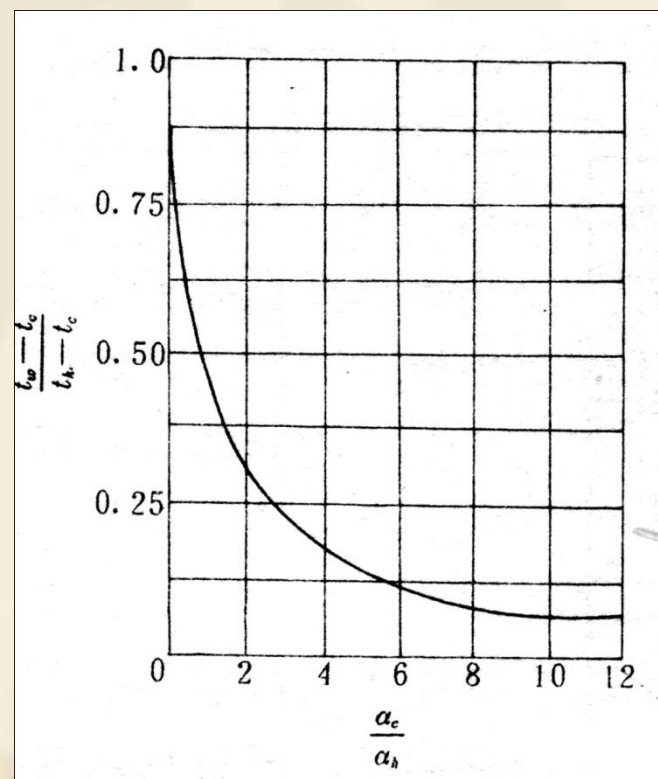


图2.34 α_c / α_h 与 t_w 的关系

第六节 不稳定导热

温度场是空间与时间函数: $t = f(x, y, z, \tau)$

如果温度场不随时间改变, 则称为**稳定传热**, 反之称为**不稳定传热**。

不稳定温度场中进行的导热过程称为**不稳定导热**。研究不稳定导热, 就是要找出物体中任意一点温度或热流量随时间变化的规律。

一、单值条件

包括四方面: **几何条件**、**物理条件**、**边界条件**和**开始条件**。

边界条件分下列三类:

- **第一类边界条件**, 给出物体表面温度随时间变化关系, 即 $t_w = f(\tau)$, $t_w = t_b + c \tau$; 一般情况下表面温度随时间变化为直线关系 $t_w = t_b + c \tau$, 式中 t_w —壁面温度, t_b —开始温度, c —加热或冷却速度 $^{\circ}\text{C}/\text{h}$ 。

一、单值条件

- 第二类边界条件，通过物体表面热流密度随时间的变化关系， $q_w=f(\tau)$ ；
- 第三类边界条件，给出周围介质温度变化规律以及周围介质和物体表面之间的热交换规律。 $t_g = \text{常数}$ ； $\alpha(t_w - t_g) = -\lambda(\partial t / \partial n)_w$ ，

式中 t_g , 周围介质温度， $^{\circ}\text{C}$ ； α , 换热系数； $(\partial t / \partial n)_w$, 靠近壁面的温度梯度。

开始条件：物体加热或冷却时，开始温度分布影响导热过程温度场的变化，在求解不稳定导热时，应考虑其**开始条件**。用分析法求解**不稳定导热问题**就是在具体的单值条件下对**傅立叶-基尔霍夫微分方程式**进行积分求解，将结果归纳为**准数函数的形式**，并可以把准数之间的关系以图表形式表示出来：

$$(t_w - t)/(t_w - t_b) = f(Bi, Fo, L)$$

Bi称为**毕欧准数**， $Bi = \alpha s / \lambda$ ， α 为对流换热系数， s 为透热深度， λ 为固体材料的导热系数，**Bi**越大意味着导热热阻越大；

表征**固体内部**单位导热面积上的**导热热阻**与单位面积上的**换热热阻**（即外部热阻）之比。

Fo为**傅立叶准数**， $Fo = \alpha \tau / s^2$ ， α 为导温系数， τ 为时间， s 为透热深度，傅立叶准数越大，物体内部温度分布及变化趋于稳定；
表征热传导速率对热量储存速率的比值

L表示为 x/s ，为几何准数。

二、不稳定导热的分析解

1. 第一类边界条件下的不稳定导热

以间距为 $2s$ 的无限大平壁对称加热如图2.35, 其微分方程式及单值条件下可写成形式:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

边界条件 $x = \pm s, \quad t = t_w = \text{常数}$

开始条件 $\tau = 0, \quad t = t_b = \text{常数}$

微分方程的解, 写成函数形式:

$$(t_w - t)/(t_w - t_b) = f(\text{Fo}, L) = f(\alpha\tau/s^2, x/s)$$

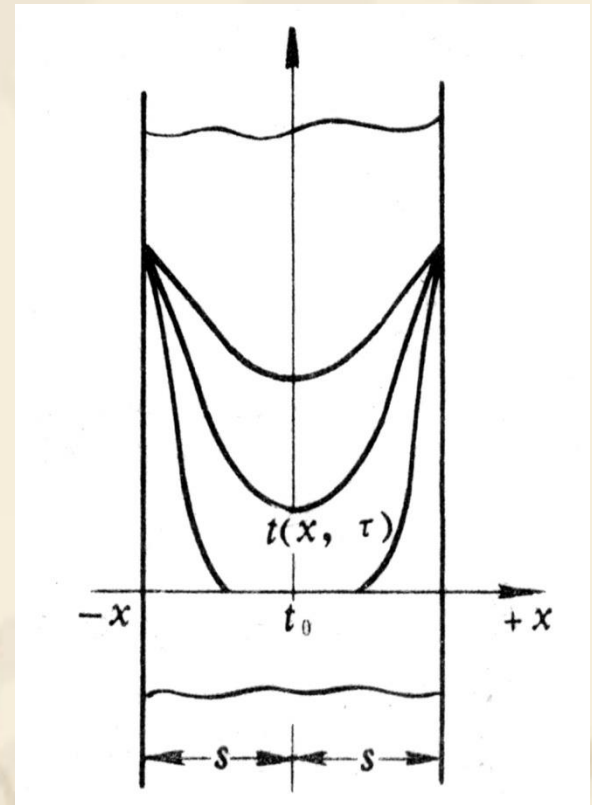


图2.35 无限大平壁的加热

例14 边长为200mm的粘土质耐火材料，形状为立方体，将其加热至850℃，并长时间保温使断面温度均匀分布，然后浸入20℃循环水中，求经过30分钟、60分钟、90分钟中心温度各为若干？粘土质耐火材料的热扩散系数 $\alpha=2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{h}$ 。

解：根据题意认为，耐火材料表面温度瞬间达到20℃，起始温度

$$t_b=850^\circ\text{C}, s=0.2/2=0.1\text{m},$$

$$\tau_1=30/60=0.5\text{h}, \tau_2=1\text{h}, \tau_3=1.5\text{h}。$$

$$Fo_1=\alpha_1\tau_1/s^2=0.002 \times 0.5/0.1^2=0.10$$

$$Fo_2=0.20, Fo_3=0.30$$

根据如图2.36曲线（立方体）查得：

$$f_{C1}(\alpha\tau_1/s^2)=(t_w - t_{C1})/(t_w - t_b)=0.70;$$

$$t_{C1}=601^\circ\text{C};$$

$$f_{C2}(\alpha\tau_2/s^2)=0.35; \quad t_{C2}=315^\circ\text{C};$$

$$f_{C3}(\alpha\tau_3/s^2)=0.22; \quad t_{C3}=203^\circ\text{C}。$$

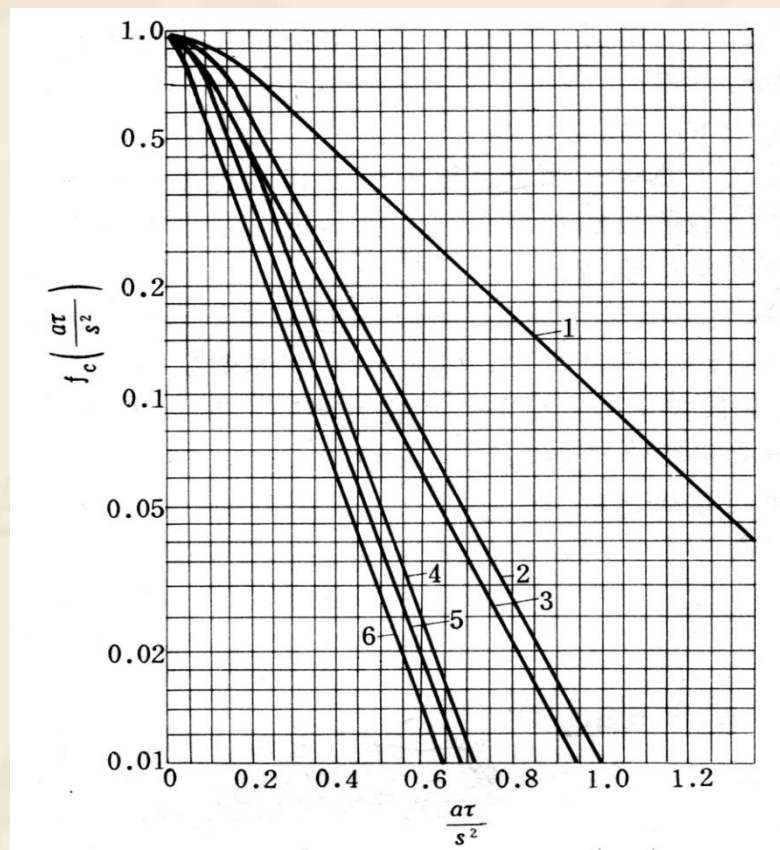


图2.36 表面温度一定时，函数 $f_c(\alpha\tau/s^2)$ 值
1.平板；2.方柱体；3.立方体；
4.H=d圆柱体；5.球体

三、有限差分法

很多近代自然科学的基本方程本身就是微分或积分方程。有限元方法是求解这些方程的一种行之有效的方法。有限元法可应用于以任何微分方程如拉普拉斯方程和泊松方程（一种偏微分方程）所描述的各类物理场中，而不再要求这类物理场和泛函的极值问题有所联系。

用数学方法求解不稳定导热问题，只有在简单的单值条件下才有可能，但遇到复杂情况，分析法求解就十分困难，必须采用“有限差分法”解决。其原理在于以不连续的过程来代替空间和时间上的连续变化的过程，

如 $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ 中可用有限差量代替其中的无限小量，

得到： $\Delta t / \Delta \tau = \alpha \Delta^2 t / \Delta x^2$

采用有限差分计算平壁内温度分布的原理及方法如下：如图2.37。

在abcd区域中平均温度以 t_1 表示

在平面ab上的温度降低度为

$$-dt/dx = (t_0 - t_1) / \Delta x,$$

通过ab面的热流密度 $q_1 = \lambda (t_0 - t_1) / \Delta x,$

在cd上降度为 $-dt/dx = (t_1 - t_2) / \Delta x,$

通过cd面的热流密度 $q_2 = \lambda (t_1 - t_2) / \Delta x。$

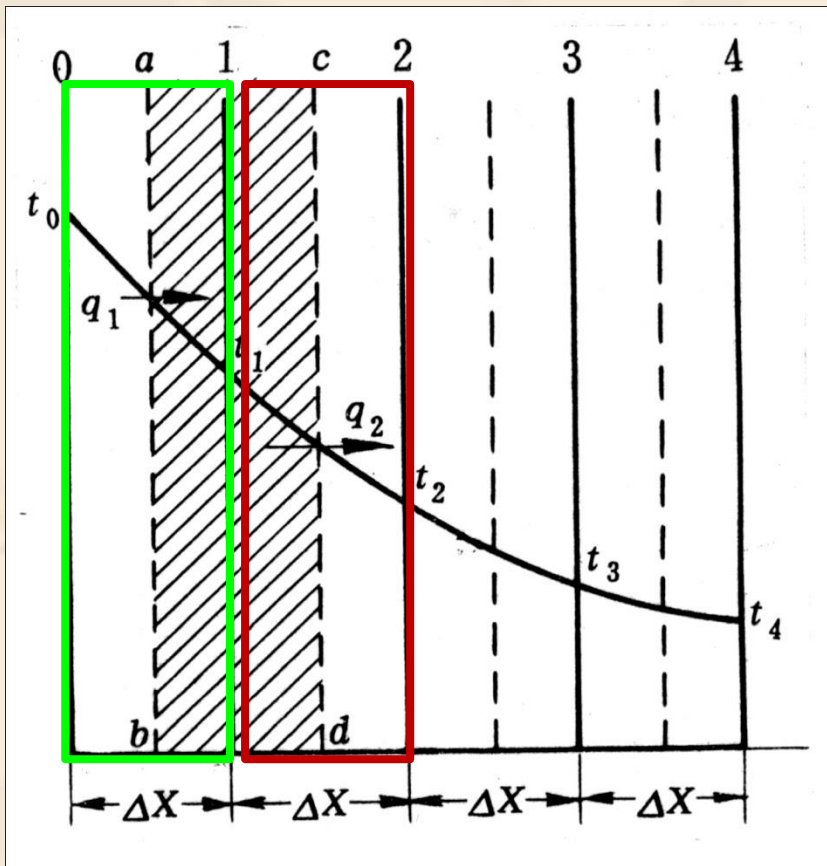


图2.37 有限差分法计算图解

该热流密度差值便是热流通过时留下的部分，用来加热物体，使得abcd区域的平均温度由 t_1 升高到 t_1' 。

$$\begin{aligned}\Delta (q_1 - q_2) &= \lambda(t_0 - t_1)/\Delta x - \lambda(t_1 - t_2)/\Delta x \\ &= (\Delta x)\rho C_p(t_1' - t_1)/\Delta \tau\end{aligned}$$

时间间隔 $\Delta \tau$

整理上式，并以 $\alpha = \lambda/\rho C_p$ ，得到

$$t_0 - 2t_1 + t_2 = \Delta x^2(t_1' - t_1)/[\alpha \Delta \tau]$$

令 $\Delta x^2/[\alpha \Delta \tau] = 2$ ； $t_1' = (t_0 + t_2)/2$ 。

选定 Δx 后， $\Delta \tau$ 就不能任意选择，符合 $\Delta \tau = \Delta x^2/2\alpha$ ，

当平壁由两种以上材料组成时，由于所取的时间间隔 $\Delta \tau$ 必须相同，如第一种材料 Δx_A 确定后，第二种材料 Δx_B 不能任意选，服从：

$$\Delta \tau = \Delta x_A^2 / 2a_A = \Delta x_B^2 / 2a_B,$$

$$\Delta x_B = \Delta x_A (a_B / a_A)^{0.5}$$

对于由两种材料A和B组成的平壁，如图2.38，

$$\begin{aligned} \Delta (q_1 - q_2) &= \lambda_A (t_A - t) / \Delta x_A - \lambda_B (t - t_B) / \Delta x_B \\ &= [(\Delta x_A / 2) \rho C_A - (\Delta x_B / 2) \rho C_B] (t' - t) / \Delta \tau \end{aligned}$$

其中 $(\Delta x_A / 2) \rho_A C_A = (\Delta x_A^2 / 2a_A) \cdot \lambda_A / \Delta x_A$ $a = \lambda / \rho C_p$

$$= \Delta \tau \lambda_A / \Delta x_A$$

$$(\Delta x_B / 2) \rho_B C_B = (\Delta x_B^2 / 2a_B) \cdot \lambda_B / \Delta x_B$$

$$= \Delta \tau \lambda_B / \Delta x_B$$

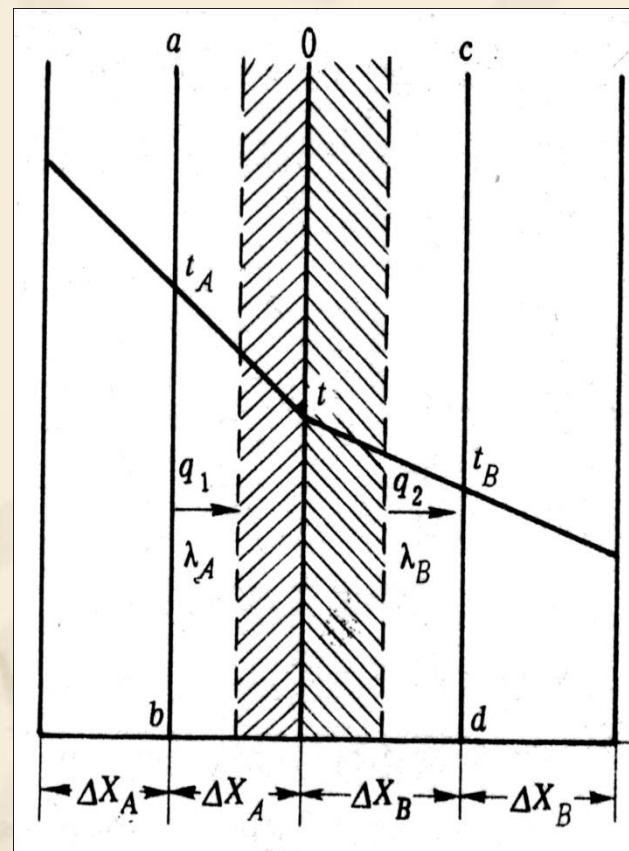


图2.38 多层平壁交界面温度计算

经整理后, $t' = t_B + K_B(t_A - t_B) = t_A + K_A(t_B - t_A)$

式中 $K_A = (\Delta x_A / \lambda_A) / (\Delta x_A / \lambda_A + \Delta x_B / \lambda_B) = R_A / (R_A + R_B)$

$K_B = (\Delta x_B / \lambda_B) / (\Delta x_A / \lambda_A + \Delta x_B / \lambda_B) = R_B / (R_A + R_B)$

R_A, R_B 为A, B两种材料的热阻

当已知气体与壁面热交换, 壁面向气体传递的热流密度为:

$$q_{w \rightarrow g} = (t_w - t_g) / (1/\alpha),$$

最外层平壁处: $t_w = t_g + k_g (t_{1\Delta x} - t_g)$

$$k_g = (1/\alpha) / (\Delta x / \lambda + 1/\alpha) = R_g / (R_g + R)$$